Katalis Pendidikan: Jurnal Ilmu Pendidikan dan Matematika
Vol. 1 No.4 Desember 2024
e-ISSN: 3046-5699; p-ISSN: 3046-6156, Hal 36-44
DOI: https://doi.org/10.62383/katalis.v1i4.854
Available Online at: https://journal.lpkd.or.id/index.php/Katalis

Implementasi Metode Eurel untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial pada Dinamika Populasi

Aprilia Cristina Sianturi[1] , Bali Sahputri Br Tarigan[2] , Tantory Yahya Purba[3] , Valeri Agatha Br Sihombing[4]
[1-4] Universitas Negeri Medan, Indonesia

Alamat: Jl. William Iskandar Ps. V, Kenangan Baru, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara 20221
Korespondensi penulis: agathavaleri08@gmail.com

Abstract*. This study aims to solve the population dynamics model using the Euler method, where the model is a nonlinear differential equation. The research methods used are literature study and simulation methods. In theory, the Euler Method is a numerical method that is often used in solving initial value problems. The Euler method is obtained by decomposing a function into a Taylor series up to two initial terms. This method has an accuracy of one.*

Keywords*: Population Dynamics, Euler Method, Differential Equations, Population Growth, Exponential Model, Logistic Model, Numerical Methods, Population Density, Species Interactio, Computational Analysis*

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan model dinamika populasi menggunakan Metode Euler, di mana model tersebut merupakan persamaan diferensial non-linear. Metode penelitian yang digunakan meliputi studi literatur dan metode simulasi. Metode Euler adalah metode numerik yang sederhana dan sering digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai awal. Dalam penelitian ini, dilakukan diskritisasi persamaan diferensial untuk menghitung perubahan populasi seiring waktu. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa Metode Euler dapat digunakan untuk memperkirakan pertumbuhan populasi dengan baik, meskipun dalam kasus dinamika populasi yang lebih kompleks, seperti model logistik, mungkin diperlukan langkah waktu yang lebih kecil untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat. Penelitian ini memberikan wawasan tentang penerapan metode numerik dalam analisis dinamika populasi.

Kata kunci: Dinamika Populasi, Metode Euler, Persamaan Diferensial, Pertumbuhan Populasi, Model Eksponensial, Model Logistik, Metode Numerik, Kerapatan Populasi, Interaksi Spesies, Analisis Komputasi

1. LATAR BELAKANG

Pengetahuan tentang populasi sebagai bagian dari penetahuan ekologi ialah berkembang menjadi semakin luas. Dinamika populasi tampaknya telah berkembang menjadi pengetahuan yang dapat berdiri sendiri. Dalam perkembangannya pengetahuan itu banyak mengembangkan kaidah-kaidah matematika terutama dalam pembahasan kepadatan dan pertumbuhan populasi Pengembangan kaidah-kaidah matematika itu sangat berguna untuk menentukan dan memprediksikan pertumbuhan populasi organisme di masa yang akan datang. Penggunaan kaidah matematika itu tidak hanya memperhatikan pertumbuhan populasi dari satu sisi yaitu jenis organisme yang di pelajari, tetapi juga memperhatikan adanya pengaruh dari faktor-faktor

Received: September 09, 2024; Revised: September 22, 2024; Accepted: Oktober 18, 2024; Online Available: Oktober 21, 2024;

lingkungan, baik biotik maupun abiotik. Pengetahuan tentang dinamika populasi menyadarkan orang untuk mengendalikan populasi dari pertumbuhan meledak ataupun punah.

Populasi juga mempunyai sejarah hidup dalam arti mereka tumbuh, mendadakan perbedaan dan memelihara diri seperti yang di lakukan organisme. Di samping itu populasi juga mempunyai organisasi dan struktur yang dapat dilukiskan. Tetapi ada kalanya dalam pradee sehari-hari, pengertian populasi tu dinyatakan dalam pengertian heterospesies dan polispesies Masaish yang akan di bahas dalam makalah ani meliputi pengertian populasi, ciri-ciri populasi, kerapatan populasi dan cara pengukurannya, pengukuran kerapatan nisbi, kolangkaan hew an, parameter utama populasi, detribusi individu dalam populasi struktur utama populasi, piramida ekologi dan pertumbuhan populasi.

Dinamika populasi adalah keadaan yang memaksa suatu komunitas di ekosistem mengalami perubahan yang biasa sampai signifikan. Menurut para ahli, dinamika populasi dapat dijelaskan sebagai berikut: Dinamika populasi merupakan hasil dari interaksi antar spesies dan dalam spesies.Dinamika populasi dapat dipengaruhi oleh banyak faktor, seperti interaksi predator-mangsa, persaingan antar spesies, aktivitas manusia, dan kejadian alam (Hurit dan Resi ,2022).

Persamaan differensial merupakan persamaan yang menghubungkan suatu besaran dengan perubahannya. Persamaan differensial dituliskan dengan:

$$F\left(x, \frac{(dx)}{(dt)}, \frac{(d^2x)}{dt^2}, \ldots, \frac{d^nx}{dt^n}, t\right) = 0$$

Persamaan ini memiliki banyak ragam dan jenis mulai dari yang mudah diselesaikan hingga yang sulit diselesaikan, mulai dari vang sederhana sampai yang sangat kompleks Pada umumnya, penyelesaian persamaan differensial menggunakan metode analitik. Akan tetapi pada beberapa bentuk persamaan differensial, khususnya differensial non-linier, penyelesaian analitik sulit sekali dilakukan. Akibatnya, metode numerik dapat menjadi metode penyelesaian yang disarankan (Maiyena ,2021)

Metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial, antara lain: metode Euler, metode pendekatan dengan deret Taylor, metode runge-kutta dan metode-metode prediktor-korektor seperti metode Adam Moulton. Pada tulisan ini ini akan dibahas metode numerik dengan meng gunakan metode euler. Metode ini digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial secara numerik ketika nilai fungsi pada keadaan awal diketahui.

Metode euler adalah metode yang diambil dari dua suku pertama deret taylor. Oleh karena itu perhitungan menggunakan metode ini sangat sederhana sehingga dapat memudahkan dalam mengerjakan persamaan differensial dengan proses yang lebih cepat (Azis dan Ramli ,2021).

Metode Euler merupakan metode numeris yang sering digunakan dalam menyelesaikan masalah nilai awal. Metode Euler diperoleh dengan menguraikan suatu fungsi ke dalam deret Taylor sampai dua suku awal. Metode ini mempunyai tingkat keakuratan satu (Sari dan Nurhamidah ,2022).

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh perhitungan dinamika populasi dengan menggunakan metode euler.

.

2. KAJIAN TEORITIS

Dinamika populasi merupakan cabang ilmu ekologi yang mempelajari perubahan jumlah individu dalam suatu populasi seiring waktu. Pengetahuan tentang dinamika populasi sangat penting untuk memahami interaksi antara spesies dan faktor-faktor lingkungan yang mempengaruhi pertumbuhan dan penurunan populasi. Menurut , dinamika populasi dipengaruhi oleh interaksi antar spesies, seperti predator-mangsa, serta faktor lingkungan biotik dan abiotik.

Salah satu metode yang sering digunakan untuk menganalisis dinamika populasi adalah metode numerik, khususnya metode Euler. Metode ini merupakan pendekatan yang sederhana namun efektif untuk menyelesaikan persamaan diferensial yang menggambarkan perubahan populasi. Metode Euler diperoleh dari deret Taylor dan digunakan untuk mendekati solusi dari persamaan diferensial dengan cara menghitung nilai fungsi pada titik-titik tertentu .

Dalam konteks penelitian ini, metode Euler digunakan untuk menghitung dinamika populasi dengan memodelkan pertumbuhan populasi sebagai persamaan diferensial. Persamaan yang digunakan dapat berbentuk:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

di mana f(x,y) adalah fungsi yang menggambarkan laju perubahan populasi . Dengan menggunakan metode Euler, kita dapat memperkirakan nilai populasi pada waktu tertentu berdasarkan nilai awal dan laju pertumbuhan yang ditentukan.

Beberapa penelitian sebelumnya telah menunjukkan efektivitas metode Euler dalam memodelkan pertumbuhan populasi. Misalnya, penelitian oleh Azis dan Ramli (2021) menunjukkan bahwa metode ini dapat memberikan hasil yang cukup akurat dalam menyelesaikan masalah nilai awal pada persamaan diferensial . Selain itu, penggunaan metode ini juga memungkinkan peneliti untuk melakukan simulasi dan analisis lebih lanjut terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi dinamika populasi.

Dengan demikian, kajian ini bertujuan untuk menerapkan metode Euler dalam menghitung dinamika populasi, serta mengeksplorasi bagaimana metode ini dapat digunakan untuk memahami interaksi kompleks dalam ekosistem.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini diawali dengan studi literatur mengenai metode eurel untuk menyelesaikan persamaan diferensial.

Dari masalah sistem fisis yang ditinjau, persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial orde dua. Penyelesaian persamaan diferensial orde dua diselesaikan secara komputasi dengan menggunakan persamaan euler. Persamaan differensial berbentuk:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Dengan f(x,y) adalah fungsi yang diberikan oleh masalah yang bersangkutan sehingga diketahui bentuk eksplisitnya dan y(x) adalah fungsi yang akan dicari pada sebaran $x \geq x_0$ .Dalam kasus ini, masalah untuk menemukan y(x) dipengaruhi oleh adanya persyaratan bahwa pada saat awal $x = x_0$ maka nilai fungsi pada keadaan tersebut adalah $y(x_0) = y_0$ dengan y_0 berupa satu nilai yang sejak awal. Penyelesaian masalah tersebut dengan menggunakan metode euler yaitu ruas kiri, yaitu turunan pertama dari y didekati dengan dua titik maju. Sehingga

$$\frac{d^2y}{dt} \approx \frac{y_{n+1} + y_n}{h}$$

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode Euler adalah metode numerik sederhana yang digunakan untuk memecahkan persamaan diferensial biasa (ODE), termasuk dalam menghitung dinamika populasi. Untuk menghitung dinamika populasi menggunakan metode Euler, kita bisa menggunakan model pertumbuhan populasi eksponensial atau logistik sebagai contoh. Berikut adalah langkah-langkahnya:

1. Model Dinamika Populasi

Misalkan kita menggunakan model pertumbuhan eksponensial dengan persamaan diferensial:

$$\frac{dP}{dt} = r \cdot P$$

Di mana:

- $P(t)$ adalah populasi pada waktu t.
- r adalah laju pertumbuhan populasi.

Persamaan ini menunjukkan bahwa laju perubahan populasi P berbanding lurus dengan jumlah populasi itu sendiri.

2. Persamaan Diskritisasi Metode Euler

Metode Euler memanfaatkan pendekatan diskrit dari turunan. Persamaan diskritisasi untuk populasi bisa ditulis sebagai :

$$P_{n+1} = P_n + \Delta t \cdot \frac{dP}{dt}$$

Dengan menggunakan model $\frac{dP}{dt} = r \cdot P$, persamaan Euler menjadi:

$$P_{n+1} = P_n + \Delta t \cdot\ r \cdot P_n$$

Di mana:

- P_n adalah populasi pada waktu t_n
- Δt adalah langkah waktu (interval waktu).
- r adalah laju pertumbuhan.

3. Langkah-langkah Perhitungan Metode Euler

Langkah 1: tentukan parameter-parameter model:

- Nilai awal populasi P_0
- Laju Pertumbuhan r.
- Langkah waktu Δt.
- Waktu total yang akan disimulasikan.

Langkah 2: Mulai dari waktu t = 0, hitung populasi P(t) untuk waktu-waktu berikutnya dengan rumus:

$$P_{n+1} = P_n + \Delta t \cdot\ r \cdot P_n$$

Langkah 3: Lanjutkan iterasi hingga mencapai waktu yang diinginkan.

Misalkan :

- Nilai awal populasi $P_0 = 100$
- Laju Pertumbuhan r = 0.1
- Langkah waktu $\Delta t = 1\ tahun$
- Waktu total yang diinginkan 10 tahun

Perhitungan dilakukan untuk setiap tahun:

- Pada tahun 1:

$$P_1 = P_0 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_0 = 100 + 1 \cdot 0.1 \cdot 100 = 110$$

- Pada tahun 2:

$$P_2 = P_1 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_1 = 110 + 1 \cdot 0.1 \cdot 110 = 121$$

- Pada tahun 3:

$$P_3 = P_2 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_2 = 121 + 1 \cdot 0.1 \cdot 121 = 133.1$$

- Pada tahun 4:

$$P_4 = P_4 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_4 = 133.1 + 1 \cdot 0.1 \cdot 133.1 = 146.41$$

- Pada tahun 5:

$$P_5 = P_4 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_4 = 146.41 + 1 \cdot 0.1 \cdot 146.41 = 161.051$$

- Pada tahun 6:

$$P_6 = P_5 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_{55} = 161.051 + 1 \cdot 0.1 \cdot 161.051 = 177.1561$$

- Pada tahun 7:

$$P_7 = P_6 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_6 = 177.1561 + 1 \cdot 0.1 \cdot 177.1561 = 194.87171$$

- Pada tahun 8:

$$P_8 = P_7 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_7 = 194.87171 + 1 \cdot 0.1 \cdot 194.87171 = 214.358881$$

- Pada tahun 9:

$$P_9 = P_8 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_8 = 214.358881 + 1 \cdot 0.1 \cdot 214.358881 = 235.7947691$$

- Pada tahun 10:

$$P_{10} = P_9 + 1 \cdot 0.1 \cdot P_9 = 235.7947691 + 1 \cdot 0.1 \cdot 235.7947691 = 259.374246$$

Hasil Akhir

Setelah 10 tahun, populasi diperkirakan akan mencapai sekitar 259.37 individu, berdasarkan laju pertumbuhan 10% per tahun dengan metode euler.

Tabel.1

Tahun	Populasi
0	100
1	110
2	121
3	133.1
4	146.41
5	161.051
6	177.1561
7	194.87171
8	214.35888
9	235.79477
10	259.37425

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Metode euler dapat dijadikan sebagai penyelesaian persamaan diferensial untuk menghitung dinamika populasi. Persamaan diferensial dapat dibuktikan secara analitik. Penyelesaian persamaan diferensial ini juga dapat diselesaikan secara numerik. Pengambilan ukuran langkah (h) yang lebih kecil memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan pengambilan ukuran langkah (h) yang lebih besar.

Metode Euler ini memberikan hasil estimasi yang cukup mudah dihitung, namun dalam kasus populasi dengan dinamika yang lebih kompleks, seperti model logistik yang memperhitungkan kapasitas lingkungan, metode ini mungkin memerlukan langkah waktu yang lebih kecil untuk menghasilkan hasil yang lebih akurat.

Jika ingin melanjutkan dengan model populasi logistik atau mencoba langkah waktu lebih kecil, kita bisa mengembangkan model lebih lanjut atau menambah tingkat kerumitan.

6. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan dan kontribusi dalam penyelesaian penelitian ini. Kami mengucapkan terima kasih kepada Universitas Negeri Medan yang telah menyediakan fasilitas dan sumber daya yang diperlukan untuk penelitian ini.

Kami juga ingin mengucapkan terima kasih kepada rekan-rekan peneliti yang telah memberikan masukan dan saran berharga selama proses penelitian. Ucapan terima kasih khusus ditujukan kepada rekan rekan atau lembaga yang telah membantu dalam pengumpulan data dan analisis.

Terakhir, kami mengucapkan terima kasih kepada keluarga dan teman-teman yang selalu memberikan dukungan moral dan motivasi selama proses penelitian ini. Semoga penelitian ini dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang dinamika populasi.

7. DAFTAR REFERENSI

Aadam, R. I. (2017). Perpaduan metode Newton-Raphson dan metode Euler untuk menyelesaikan persamaan gerak pada osilator magnetik. *Jurnal Pendidikan Fisika Dan Keilmuan (JPFK)*, *3*(1), 13-18.

Borkar, V.S. 1989. *Optimal Control of Diffusion Processes*, Pitman Research Notes, No. 203, Longman Sci. and Tech. Harlow, UK.

Dharmawan, A., Simanungkalit, Y. Y., & Megawati, N. Y. (2014). Pemodelan Sistem Kendali PIDpada Quadcopterdengan Metode Euler Lagrange. IJEIS (Indonesian Journal of Electronics and Instrumentation Systems), 4(1), 13-24.

El-Karoui n., M. Jeanlanc-Pique, S.E. Shreve. 1998. Robustness of the Black-Schole Formula. *Math Finanace* 8(2), p.93-126.

Seydel, Rudiger. 2002. *Tools for Computational Finance*. Springer, Berlin.

Hurit,R.U.,dan Resi,B.B. (2022). Penyelesaian Model Sir Untuk Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Menggunakan Metode Euler dan Metode Heun. Seminar Nasional Pendidikan Matematika. 3(1).381-390.

Sari,I.P., dan Nurhamidah. (2022). Penyelesaian Rangkaian Listrik RLC Menggunakan Metode Runge Kutta Dan Euler. Jurnal Pendidikan Fisika. 6(2). 142-149.

Prahmono,A., Nurhamidah., dan Suhadi.(2023).Solusi Numerik Menggunakan Metode Euler Untuk Persamaan Gerak Jatuh Bebas Tanpa Gesekan Udara Pada MICROSOFT EXCEL 2013.Jurnal Al'ilmi.12(1).27-32.

Maiyena,S.(2021). Penggunaan Metode Euler Pada Persamaan Diferensial Orde Dua Pada Rangkaian Listrik Seri LC.Jurnal Sainstek.3(2).176-181.

Ngabidin,Z., Sanwidi,A., dan Arini,E.R. (2023).Implementasi Metode Double Exponential Smoothing Brown Untuk Meramalkan Jumlah Penduduk Miskin.Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi.11(2).328-338.

Nurhamidah, N., Mabruroh, F., Putri, J. K., Sairi, A. P., & Latifah, A. N. (2022). Perbandingan Metode Euler dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Pada Proses Pengisian dan Pengosongan Kapasitor. Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika, 9(2), 185-196.

Syafii.(2014).Metode Numerik Algoritma Dan Pemograman Visual C++.Padang.Andalas University Press.

Sahim,K.(2022).Metode Numerik.Palembang.UNSRI press.

Munir,R.(2015). Metode Numerik. Bandung : Informatika Bandung.

Zakaria,L., & Muharramah,U.(2023). Pengantar Metode Numerik. Bandar Lampung : Aura, CV. Anugrah Utama Raharja.